3 ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ ПО КАНАЛУ СВЯЗИ.

3.1 Теоретические сведения

Понятие энтропии, скорости выдачи информации источником, избыточность позволяют характеризовать свойства информационных систем. Однако для сравнения информационных систем такого описания недостаточно. Потребителя интересует не только передача данного количества информации, но и передача его в более короткий срок, не только хранение определенного количества, но и хранение с помощью минимального объема аппаратуры и т.д.

Пусть количество информации, которое передается по каналу связи за время T равно

$$I_T = H_T - H_T(Y / X)$$

Если передача длится T единиц времени, то ***скорость передачи информации*** составит

$$V = \frac{I_T}{T} = \frac{1}{T}(H_T(X) - H_T(X / Y) = H(X) - H(X / Y)$$

Это количество информации, приходящееся в среднем на одно сообщение.

Если в секунду передается n сообщений, то скорость передачи равна

$$V = n(H(X) - H(X / Y))$$

Пропускная способность канала есть максимально достижимая для данного канала скорость передачи информации

$$c = \max V = n(H(X) - H(X / Y))_{\max} = n \cdot I(X, Y)_{\max}$$

Скорость передачи может быть технической или информационной.

Под ***технической*** V_T (скорость манипуляции) подразумевается число элементарных сигналов (символов), передаваемых в единицу времени

$$V_т = \frac{1}{\tau}\,бод$$

Информационная скорость или скорость передачи информации определяется средним количеством информации, которое передается в единицу времени

$$V = nH \ \textit{бит/сек}$$

Для равновероятных сообщений, составленных из равновероятных взаимно независимых символов

$$\mathrm{V} = \frac{1}{\tau}\log m$$

Если символы *не равновероятны*

$$V = -\frac{1}{\tau}\sum_{i=1}^{m} p_i \log p_i$$

Если символы имеют *разную длительность*

$$V = -\frac{\sum_{i=1}^{m} p_i \log p_i}{\sum_{i=1}^{m} \tau_i \log p_i}\sum_{i=1}^{m} p_i \log p_i$$

Выражение для пропускной способности характеризуется *максимальной энтропией*

$$c_{\max} = \frac{H_{\max}}{\tau} \textit{бит/сек}$$

Для двоичного кода

$$c_{\max} = \frac{\log 2}{\tau} = \frac{1}{\tau} \ \textit{бит/сек}$$

Пропускная способность является важной характеристикой каналов связи. Возникает вопрос: какова должна быть пропускная способность канала, чтобы информация от источника *X* к приемнику *Y* поступала без задержек? Ответ дает теорема Шеннона.

1 Теорема Шеннона. Если имеется источник информации с энтропией **H(X)** и канал связи с пропускной способностью **c,** то если **c> H(X)**, то всегда можно закодировать достаточно длинное сообщение таким образом, что оно будет передано без задержек. Если **c< H(X)**, то передача информации без задержек невозможна.

В любом реальном канале всегда присутствуют помехи. Однако, если их уровень мал, то вероятность искажения равна нулю и, можно считать, что все сигналы передаются неискаженными. В этом случае среднее количество информации, переносимое одним символом

$$I(X,Y)=I(Y,X)=H(X), \qquad H_{\max}=\log_2 m$$

Следовательно, *пропускная способность канала без помех* за единицу времени

$$c=n\log_2 m$$

Реальные каналы характеризуются тем, что в них всегда есть помехи. *Пропускная способность дискретного канала с помехами* вычисляется

$$c=n(H(Y)-H(Y/X))_{\max}$$

где $H(Y)=\log_2 m$

Для дискретного канала с помехами Шеннон дал вторую теорему.

2 Теорема Шеннона. Пусть имеется источник информации **X,** энтропия которого в единицу времени равна **H(X)**, и канал с пропускной способностью **с.** Если **H(X) > с**, то при любом кодировании передача сообщений без задержек и искажений невозможна. Если **H(X) < с, то любое** достаточно длинное сообщение можно всегда закодировать так, что оно будет передано без задержек и искажений с вероятностью сколь угодно близкой к единице..

3.2 Пример выполнения

Пример1. По каналу связи передается сообщение из ансамбля

$$X=\begin{vmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 & x6 & x7 & x8 \\ 0{,}09 & 0{,}1 & 0{,}22 & 0{,}07 & 0{,}15 & 0{,}17 & 0{,}02 & 0{,}18 \end{vmatrix}$$

Средняя длительность передачи одного элемента сообщения в канале τ=0,44 мс. Шум в канале отсутствует. Определить пропускную способность канала и скорость передачи информации.

Решение.

Когда шум в канале отсутствует пропускная способность канала

$$c=V_T\log_2 m$$

$$\mathrm{V_т}=\frac{1}{\tau}=\frac{1}{0{,}44\cdot 10^{-3}}=2273c^{-1}$$

Объем алфавита данного сообщения m=8.

$$c = \frac{1}{0{,}44 \cdot 10^{-3}} \cdot \log_2 8 = 6819 бит/сек$$

Информационная скорость $V = I(X,Y) \cdot V_т$

$$I(X,Y) = H(X) - H(X/Y)$$

Так как шум в канале отсутствует, то $H(X/Y) = 0,\ I(X,Y) = H(X)$

Определим энтропию заданного распределения

$$H(X) = \sum_{i=1}^{3} p(xi)\log\frac{1}{p(xi)} = 0{,}09\log\frac{1}{0{,}09} + 0{,}1\log\frac{1}{0{,}1} + 0{,}22\log\frac{1}{0{,}22} + 0{,}07\log\frac{1}{0{,}07} + 0{,}15og\frac{1}{0{,}15} +$$
$$+ 0{,}17\log\frac{1}{0{,}17} + 0{,}02\log\frac{1}{0{,}02} + 0{,}18\log\frac{1}{0{,}18} = 2{,}44 бит$$

$$V = 2{,}44 \cdot 2273 = 5546{,}12 бит/сек$$

Пример 2.
Источник вырабатывает три сообщения с вероятностями: p1=0.1, p2=0.2, p3=0.7. Сообщения независимы и передаются равномерным двоичным кодом ($m=2$) с длительностью символов равной 1мс. Определить скорость передачи информации по каналу связи без помех.
Решение.

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(i)\log p(i) = -(0{,}1\log 0{,}1 + 0{,}2\log 0{,}2 + 0{,}7\log 0{,}7) = 1{,}16 бит$$

3.3 Задание на лабораторную работу

Вариант 1. По каналу связи передаются сообщения, вероятности которых равны: p(x1)=0.1, p(x2)=0.2, p(x3)=0.3, p(x4)=0.4. Канальная матрица, определяющая потери информации в канале связи

$$P(Y/X) = \begin{vmatrix} 0{,}99 & 0{,}01 & 0 & 0 \\ 0{,}01 & 0{,}97 & 0{,}02 & 0 \\ 0 & 0{,}01 & 0{,}98 & 0{,}01 \\ 0 & 0 & 0{,}01 & 0{,}99 \end{vmatrix}$$

Определить:
1) энтропию источника информации H(X),
2) безусловную энтропию приемника информации H(Y),
3) общую условную энтропию H(Y/X),
4) скорость передачи информации, если время передачи одного символа первичного алфавита t=0,1мс;
5) потери информации в канале связи при передаче 500 символов алфавита; 6) среднее количество принятой информации;
7) пропускную способность канала связи.

Вариант 2. Определить пропускную способность канала связи для двух систем А и В, если известны безусловные вероятности появления сигналов на выходе системы А: p(a1)=0.1, p(a2)=0.4, p(a3)=0.5 и следующая матрица условных вероятностей

$$P(B/A)=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0{,}25 & 0{,}75 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}8 \end{vmatrix}$$

Известно также, что каждый символ сообщений, циркулирующих между системами, вырабатывается за 0,1 сек.

Вариант 3. Число символов алфавита m=4. Вероятности появления символов равны соответственно: p1=0.15, p2=0.4, p3=0.25, p4=0.2. Длительность символов τ1=3 сек, τ2=2сек, τ3=5 сек, τ4=6 сек. Чему равна скорость передачи сообщений, составленных из таких символов?

3.5 Задание на СРОП

Решить контрольные задания, выданные преподавателем.

3.6 Вопросы для защиты лабораторной работы

1. Что называется технической скоростью?
2. Что называется информационной скоростью?
3. Как определяется информационная скорость для равновероятных сообщений?
4. Как определяется пропускная способность канала без помех?
5. Как определяется пропускная способность канала с помехами?
6. Сформулируйте 1-ю теорему Шеннона.
7. Сформулируйте 2-ю теорему Шеннона.